

2009前期 数学 現役コース

基礎編	P. 3
発展編	P. 135

基礎編

第1章	数と式（数Ⅰ）	……………	P. 4
第2章	2次関数（数Ⅰ）	……………	P. 14
第3章	三角比（数Ⅰ）	……………	P. 28
第4章	式と証明・高次方程式（数Ⅱ）	……………	P. 42
第5章	図形と方程式（数Ⅱ）	……………	P. 56
第6章	三角関数（数Ⅱ）	……………	P. 76
第7章	指数・対数（数Ⅱ）	……………	P. 84
第8章	微分（数Ⅱ）	……………	P. 93
第9章	積分（数Ⅱ）	……………	P. 104
第10章	数列（数Ⅲ）	……………	P. 110

第1章 数と式 (数I)

—重要事項のまとめ—

1. 展開公式

$$(i) \quad (a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

$$(ii) \quad (a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

$$(iii) \quad (x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

$$(iv) \quad (ax + b)(cx + d) = acx^2 + (ad + bc)x + bd$$

$$(v) \quad (a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3 \quad \left. \vphantom{(a \pm b)^3} \right\} \text{(複号同順)}$$

$$(vi) \quad (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2) = a^3 \pm b^3$$

$$(vii) \quad (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) = a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$$

$$(viii) \quad (a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$$

2. 因数分解

$$(i) \quad ma \pm mb = m(a \pm b) \quad \left. \vphantom{ma \pm mb} \right\} \text{(複号同順)}$$

$$(ii) \quad a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$$

$$(iii) \quad a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

$$(iv) \quad x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$$

$$(v) \quad acx^2 + (ad + bc)x + bd = (ax + b)(cx + d)$$

$$(vi) \quad a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2) \quad a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$(vii) \quad a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = (a + b)^3 \quad a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = (a - b)^3$$

$$(viii) \quad a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$$

3. 絶対値

$$|a| = \begin{cases} a \geq 0 \text{ のとき } a \\ a < 0 \text{ のとき } -a \end{cases}$$

4. 平方根

(i) 定義

$a > 0$ のとき、2乗すると a になる数を a の平方根という。 a の平方根は正のものと負のものと2個あるが、そのうち**正のほう**を \sqrt{a} で表す。

$$\sqrt{a^2} = \begin{cases} a \geq 0 \text{ のとき } a \\ a < 0 \text{ のとき } -a \end{cases} \quad \text{よって } \sqrt{a^2} = |a|$$

5. 2重根号

$$a > 0, b > 0 \text{ のとき } \sqrt{a+b+2\sqrt{ab}} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$$

$$a > b > 0 \text{ のとき } \sqrt{a+b-2\sqrt{ab}} = \sqrt{a} - \sqrt{b}$$

6. 平方根の近似値

次の表の数値は覚えておくと便利である。

[ひと夜ひと夜に 人見ごろ]	[人なみにオゴレヤ]
$\sqrt{2} = 1.41421356 \dots$	$\sqrt{3} = 1.7320508 \dots$

[富士山麓オーム鳴く]	[似よよくよく] 四捨五入
$\sqrt{5} = 2.2360679 \dots$	$\sqrt{6} = 2.4494897 \dots$

[菜に虫いない]	[ニヤニヤ]
$\sqrt{7} = 2.6457513 \dots$	$\sqrt{8} = 2.8284271 \dots$

[ひとまるは3色 2並ぶ]

$$\sqrt{10} = 3.1622776 \dots$$

($\sqrt{6}$ の最後の「く」は四捨五入した値。 $\sqrt{7}$ の菜…ななの「な」。 $\sqrt{10}$ の2並ぶは22のこと)

因数分解 (1)

例題 1

次の式を因数分解せよ。

(1) $x^3 - 27$

(2) $64a^3 + 125b^3$

(3) $a^3 - 6a^2 + 12a - 8$

(4) $x^6 - y^6$

(5) $(2x + y)^3 - (x - 3y)^3$

因数分解 (2)

例題 2

次の式を因数分解せよ。

(1) $x^2 - 2y^2 - z^2 + 3yz - xy$

(2) $2x^2 + 3xy - 2y^2 + 7x - y + 3$

(3) $a^2(b - c) + b^2(c - a) + c^2(a - b)$

(4) $(x^2 + 7x + 9)(x^2 + 7x + 11) + 1$

(5) $(x + 3)(x + 1)(x - 2)(x - 4) + 24$

(6) $x^4 + 4$

平方根の計算

例題 3

$\frac{1}{2-\sqrt{3}}$ の整数部分を a ，小数部分を b とおくとき， a ， b の値を求めよ。

1次不等式

例題4

p, q を定数とする x の不等式 $px \leq x + q$ を解け。

絶対値と方程式・不等式

例題 5

次の方程式・不等式を解け。

(1) $|x+5|=3$

(2) $2|x-1|=4x$

(3) $2|x+1|-|x-3|=2x$

(4) $|x+3|\leq 2$

(5) $|x-4|> 3$

(6) $3|x+1|< x+5$

(7) $|x-5|\leq \frac{2}{3}|x|+1$

絶対値と平方根

例題 6

$1 < a < 2$ のとき $|2 - a| + \sqrt{(1 - a)^2} - \sqrt{(2 - 3a)^2}$ を簡単にせよ。

2次方程式の解法

例題7

I. 次の2次方程式を解け。

$$(1) \quad x^2 - |x| - 6 = 0$$

$$(2) \quad x^2 - 3|x - 2| - 4 = 0$$

II. x の2次方程式 $mx^2 - 2x + 3m^2 = 0$ の1つの解が2であるという。定数 m の値を定め、そのときの残りの解を求めよ。

不定方程式の解法

例題 8

次の方程式を満たす整数 x , y の組 (x, y) をすべて求めよ。

(1) $xy = 3$

(2) $(x-1)(y+3) = 4$

(3) $\frac{1}{xy} + \frac{1}{x} + \frac{3}{y} = 1$

発 展 編

第 1 章	数と式 (数 I)	P. 136
第 2 章	2 次関数 (数 I)	P. 139
第 3 章	三角比 (数 I)	P. 147
第 4 章	式と証明・高次方程式 (数 II)	P. 153
第 5 章	図形と方程式 (数 II)	P. 159
第 6 章	三角関数 (数 II)	P. 173
第 7 章	指数・対数 (数 II)	P. 180
第 8 章	微分 (数 II)	P. 186
第 9 章	積分 (数 II)	P. 194
第 10 章	数列 (数 B)	P. 200

第1章 数と式 (数I)



対称式

例題1

I. $x + y = 1$, $x^3 + y^3 = 3$ のとき,

(1) $x^2 + y^2$ の値を求めよ。

(2) $x^5 + y^5$ の値を求めよ。

II. $x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$ ($0 < x < 1$) のとき, $x + \frac{1}{x}$, $x - \frac{1}{x}$ の値を求めよ。

III. $a + b + c = 2$, $a^2 + b^2 + c^2 = 2$, $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = -1$ のとき,

$ab + bc + ca$, abc , $a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2$, $a^4 + b^4 + c^4$ の値を求めよ。

平方根

例題 2

I. $x = \frac{2a}{1+a^2}$ のとき, $\frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}$ を a で表せ。ただし, $a > 0$ とする。

II. 次の式の値を求めよ。

$$x = \frac{1}{\sqrt{6-\sqrt{35}}}, \quad y = \frac{1}{\sqrt{6+\sqrt{35}}} \text{ のとき, } \frac{x^3 + y^3}{x + y}$$

III. $\frac{1}{3-\sqrt{5}}$ の整数部分を a , 小数部分を b とすれば, $a = \boxed{\quad}$ であり,

$5a^2 + 8ab + 16b^2$ の値は $\boxed{\quad}$ となる。

整数問題

例題3

I. (倍数)

n が整数であるとき、次のことを証明せよ。

- (1) $n^4 - n$ は偶数である。
- (2) $4n^3 + 6n^2 + 2n$ は12の倍数である。

II. (素因数2はいくつあるか)

$100!$ は 2^n で割り切れるものとする。このとき、 n の最大値は である。

III. (\sqrt{a} はどの自然数に近い?)

$\sqrt{110.3}$ に最も近い自然数は である。